



Milano, 22-23-24 luglio 2019

Sergio Schiavone

docente di Matematica e Fisica

I.I.S.S. "E. Pestalozzi"- San Severo(FG)

seski@libero.it



SCHEDA ATTIVITA'

1. Descrizione dell'attività

Titolo dell'attività	<i>Distribuzioni di alberi su un territorio</i>
Area tematica	<ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Aritmetica e algebra</i> ○ <i>Geometria</i> ○ <i>Relazioni e funzioni</i> X <i>Dati e previsioni</i> ○ <i>Informatica</i>
Collocazione	<ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Secondaria di primo grado</i> ○ <i>Secondaria di secondo grado - Primo biennio</i> ○ <i>Secondaria di secondo grado - Secondo biennio</i> X <i>Secondaria di secondo grado - Ultimo anno</i>

Abstract	L'attività si propone di calcolare la probabilità di ripetizione di eventi, nel caso in cui il singolo evento abbia una bassissima probabilità di realizzarsi (evento raro) e le prove ripetute siano molte, ovvero mediante la distribuzione di Poisson.
Prerequisiti	Conoscenza del significato di v.a. discreta, di media, di varianza di una v.a. discreta, di funzione densità di probabilità (pdf), di funzione di distribuzione di probabilità (o di ripartizione- pcd) in particolare del processo di Poisson e della distribuzione binomiale.
Competenze	Saper applicare in fenomeni reali, modelli di calcolo probabilistico. Rendersi conto del comportamento di particolari fenomeni reali e saper scegliere il modello probabilistico più adatto allo studio del problema. Saper utilizzare il modello matematico scelto a situazioni analoghe per lo studio di ulteriori processi.
Tempo previsto per l'attività	2 ore

2. Risorse necessarie

Strumentazione utilizzata nel corso dell'attività (hardware e software)	Calcolatrice ed emulatore CASIO FX-CG50
Menù utilizzati	 
Materiali /attrezzature utilizzate	LIM, E-book, risorse reperibili in rete

Sviluppo delle attività

Descrizione	<p>Un metodo tipico dell'ecologia per studiare la distribuzione di specie animali e vegetali disperse in modo casuale in un territorio è quello della suddivisione della superficie del territorio in sottoinsiemi, in genere quadrati o rettangoli, tutti di uguale area.</p> <p>In questo modo, infatti, risulta più agevole esaminare la distribuzione degli organismi.</p> <p>Per studiare un caso particolare, supponiamo che in una zona pianeggiante di 10 km², omogenea come qualità del terreno, umidità, luminosità, ecc., siano distribuite, in modo casuale, 40000 querce.</p> <p>Con quale probabilità, analizzando una zona limitata, per esempio di 1000 m², possiamo trovare k querce ($k=0,1,2,3,..$)?</p> <p>Se consideriamo una quercia a caso tra le $N=40000$ presenti nell'intera regione, la probabilità che essa si trovi in una particolare zona tra le $n=10000$ ($n=10 \text{ km}^2 / 1000 \text{ m}^2$) nelle quali è suddivisa la regione esaminata, è $p=1/n=1/10000=10^{-4}$.</p>
Svolgimento	<p>Dunque la probabilità che in una data zona vi siano esattamente k querce è data dalla distribuzione binomiale:</p> $P(X = k) = \binom{N}{k} p^k (1 - p)^{N-k}$ <p>Visto che la distribuzione è binomiale, il valore medio di alberi per zona è $m = pN = \frac{N}{n} = \frac{40000}{10000} = 4$.</p> <p>Calcolare il valore $P(X = k)$ non è agevole, visto che N e n sono valori molto grandi.</p> <p>E' invece possibile ottenere un'approssimazione di $P(X = k)$ che è particolarmente utile perché dipende solo dal numero medio m di alberi per zona, che è la quantità effettivamente misurata dagli sperimentatori (in questo caso $m=4$).</p> <p>Questa espressione si ottiene considerando il limite di $P(X = k)$ per $N \rightarrow +\infty$ e $p \rightarrow 0$ mantenendo il valore atteso $m = pN$ fissato.</p> <p>Si dimostra facilmente che si ottiene</p> $P(X = k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m}$ <p>Per N molto grande, questo valore è una buona approssimazione di quello corretto.</p> <p>Si dimostra inoltre che se X è una v.a. di Poisson, risulta:</p> $E(X) = m$ $\sigma^2 = m$ <p>Con l'aiuto della calcolatrice si può quindi calcolare, in particolare, con quale probabilità in una zona di 1000 m² troviamo k querce, o almeno k querce, o al più k querce o un numero di querce compreso tra k_1 e k_2</p>

Dati e istruzioni da seguire

Passaggio #1

Dal Menù Principale, entra in



Quindi premi **EXE**

Inserisci nella Lista 1 i valori di k e nelle Liste 2, 3 e 4, rispettivamente, i valori della media $m=4$, $m=6$ e $m=8$ della variabile aleatoria X di Poisson.

Per scrivere k , portati con il cursore nella prima colonna, sotto List 1 e digita

ALPHA **7** **EXE**

Analogamente per scrivere nelle colonne

$m=4$ sotto List 2, $m=6$ sotto List 3 e $m=8$ sotto List 4, digita in ciascuna:

ALPHA **7** **SHIFT** **.** **4** **EXE**
ALPHA **7** **SHIFT** **.** **6** **EXE**
ALPHA **7** **SHIFT** **.** **8** **EXE**

Passaggio #2

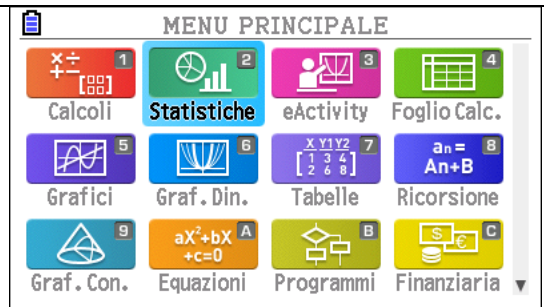
Riportati nella prima colonna, List 1, e digita i valori di k , ad esempio, da 0 a 15

0 **EXE** **1** **EXE**

fino a **1** **5** **EXE**

Digita successivamente (due volte) **F6** **F6**.

Che cosa si ottiene



	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB K				
1	0			
2				
3				
4				

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB K		M=4	M=6	M=8
1	0	0	0	0
2				
3				
4				

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB K		M=4	M=6	M=8
1	0	0	0	0
2	1			
3	2			
4	3			

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB K		M=4	M=6	M=8
13	12			
14	13			
15	14			
16	15			

[Rad] [Norm1] [d/c] [Real]				
	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
14	13			
15	14			
16	15			
17				

15

GRAPH **CALC** **TEST** **INTR** **DIST** ▶

Passaggio #3

Utilizza le successive colonne per riportare i valori della distribuzione di probabilità della v.a. di Poisson che andrai a calcolare per le rispettive medie.

Quindi digita [DIST] **F5**

[Rad] [Norm1] [d/c] [Real]				
	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
13	12			
14	13			
15	14			
16	15			

15

GRAPH **CALC** **TEST** **INTR** **DIST** ▶

e successivamente **F6**

[Rad] [Norm1] [d/c] [Real]				
	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
13	12			
14	13			
15	14			
16	15			

15

NORM **t** **CHI** **F** **BINOMIAL** ▶

F1 [POISSON]

[Rad] [Norm1] [d/c] [Real]				
	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
13	12			
14	13			
15	14			
16	15			

15

POISSON **GEO** **HYPRGEO** ▶

e ancora **F1** [Ppd] Poisson probability distribution

[Rad] [Norm1] [d/c] [Real]				
	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
13	12			
14	13			
15	14			
16	15			

15

Ppd **Pcd** **InvP**

Passaggio #4

Utilizza i valori della prima lista per k.

Fissa $m=\lambda=4$

e imposta che i valori di probabilità siano calcolati e inseriti nella lista 2

Infine, vai con il cursore su *Esegui* e premi **EXE** oppure [CALC] con **F1**

Premi quindi due volte [EXIT].

Passaggio #5

Ripeti i passaggi #3 e #4 utilizzando le liste 3 e 4, rispettivamente per $m=\lambda=6$ e $m=\lambda=8$

Rad Norm1 d/c Real
P.D Poisson
Data :List
List :List1
 λ :4
Save Res:None
Esegui

Rad Norm1 d/c Real
P.D Poisson
Data :List
List :List1
Sel. num. elenco
List[1~26]: 2
Esegui

None LIST

Rad Norm1 d/c Real
P.D Poisson

1	0.0183
2	0.0732
3	0.1465
4	0.1953
5	0.1953

0.01831563889

Rad Norm1 d/c Real

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB K	M=4	M=6	M=8	
1	0	0.0183	0	0
2	1	0.0732		
3	2	0.1465		
4	3	0.1953		

0

TOOL EDIT DELETE DEL-ALL INSERT >

Rad Norm1 d/c Real
P.D Poisson
Data :List
List :List1
 λ :6
Save Res:List3
Esegui

CALC

Rad Norm1 d/c Real

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB K	M=4	M=6	M=8	
1	0	0.0183	2.4E-3	0
2	1	0.0732	0.0148	
3	2	0.1465	0.0446	
4	3	0.1953	0.0892	

0

GRAPH CALC TEST INTR DIST >

Rad Norm1 d/c Real
P.D Poisson
 Data : List
 List : List1
 λ : 8
Save Res:List4
 Esegui
None LIST

Rad Norm1 d/c Real

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
1	0	0.0183	2.4E-3	3.3E-4
2	1	0.0732	0.0148	2.6E-3
3	2	0.1465	0.0446	0.0107
4	3	0.1953	0.0892	0.0286
		3.354626279 $\times 10^0$ 4		

GRAPH CALC TEST INTR DIST >

Passaggio #6

Imposta i parametri di rappresentazione delle funzioni densità di probabilità della v.a. di Poisson nello stesso piano

Digita [GRAPH] F1 e successivamente [SET] F6

Imposta le opzioni del grafico 1, tenendo conto dei valori calcolati e riportati in List 2 per $m=4$

E' preferibile selezionare Mark Type con simboli e Grph Color con colori diversi per i tre grafici.

Ripeti le stesse operazioni per GRAPH2 e GRAPH3

Rad Norm1 d/c Real

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
1	0	0.0183	2.4E-3	3.3E-4
2	1	0.0732	0.0148	2.6E-3
3	2	0.1465	0.0446	0.0107
4	3	0.1953	0.0892	0.0286

GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3 SELECT SET

Rad Norm1 d/c Real
StatGraph1
 Graph Type : Scatter
 XList : List1
 YList : List2
 Frequency : List2
 Mark Type :
 Color Link : Off ↓
GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3

Rad Norm1 d/c Real
 Graph Type : Scatter ↑
 XList : List1
 YList : List2
 Frequency : List2
 Mark Type :
 Color Link : Off
Grph Color : Blue
COLOR

Rad Norm1 d/c Real
StatGraph2
 Graph Type : Scatter
 XList : List1
 YList : List3
 Frequency : 1
 Mark Type :
 Color Link : Off ↓
GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3

Graph Type : Scatter ↑
 XList : List1
 YList : List3
 Frequency : 1
 Mark Type : ■
 Color Link : Off
Grph Color : Red
 COLOR

StatGraph3
 Graph Type : Scatter
 XList : List1
 YList : List4
 Frequency : 1
 Mark Type : ✕
 Color Link : Off ↓
 GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3

Passaggio #7

Rappresenta le funzioni densità di probabilità della v.a. di Poisson nello stesso piano

Digita e successivamente

Imposta su On i tre grafici e premi

Puoi così analizzare l'andamento delle funzioni per le tre diverse medie.

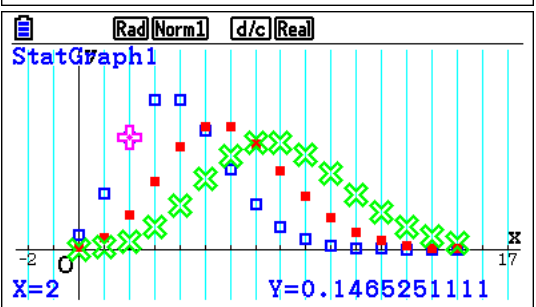
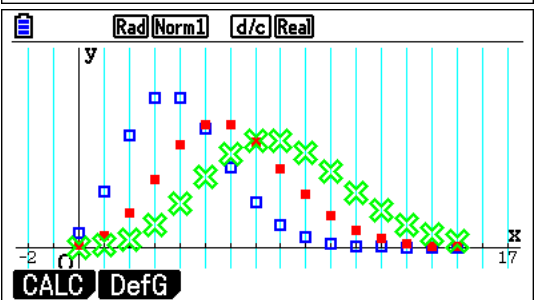
Digita e spostati con il cursore per leggere i valori delle probabilità

Ad esempio, per $k=2$ e $m=\lambda=4$,

$$P(X = 2) = \frac{4^2}{2!} e^{-4} = 0.1465$$

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
1	0	0.0183	2.4E-3	3.3E-4
2	1	0.0732	0.0148	2.6E-3
3	2	0.1465	0.0446	0.0107
4	3	0.1953	0.0892	0.0286

StatGraph1 : DrawOn
 StatGraph2 : DrawOn
 StatGraph3 : DrawOn



per $k=6$ e $m=\lambda=6$,

$$P(X = 6) = \frac{6^6}{6!} e^{-6} = 0.1606$$

per $k=10$ e $m=\lambda=8$,

$$P(X = 10) = \frac{8^{10}}{10!} e^{-8} = 0.0993$$

Questi valori e altri sono riportati anche nelle liste

Passaggio #8

Scelto, ad esempio, $m=\lambda=4$, calcola, ora, la probabilità

$$P(4 \leq X \leq 7) = \sum_{k=4}^7 \frac{4^k}{k!} e^{-4}$$

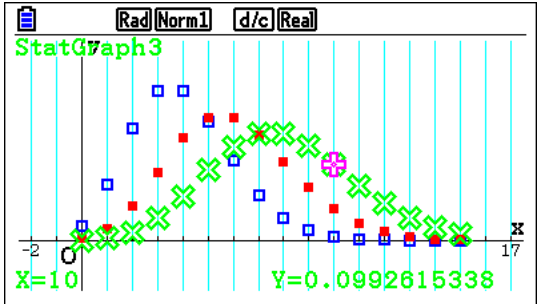
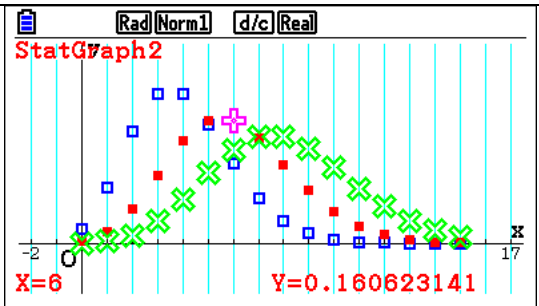
Puoi farlo sia in Statistiche, che in Calcoli.

Seleziona [Pcd] *Poisson cumulative distribution*, cioè la funzione di ripartizione con **F2**

Seleziona Variable in Data.

Fissa gli estremi inferiore 4 ,superiore 7 e salva nella Lista 5.

Vai su Esegui

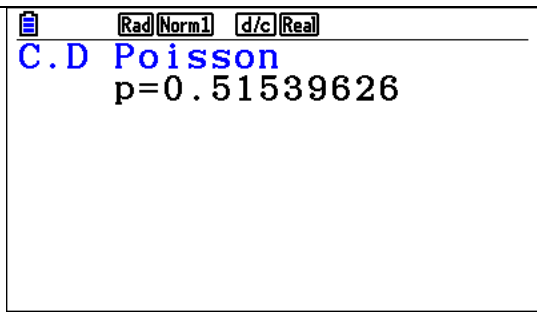


	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
1	0	0.0183	2.4E-3	3.3E-4
2	1	0.0732	0.0148	2.6E-3
3	2	0.1465	0.0446	0.0107
4	3	0.1953	0.0892	0.0286

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	K	M=4	M=6	M=8
1	0	0.0183	2.4E-3	3.3E-4
2	1	0.0732	0.0148	2.6E-3
3	2	0.1465	0.0446	0.0107
4	3	0.1953	0.0892	0.0286

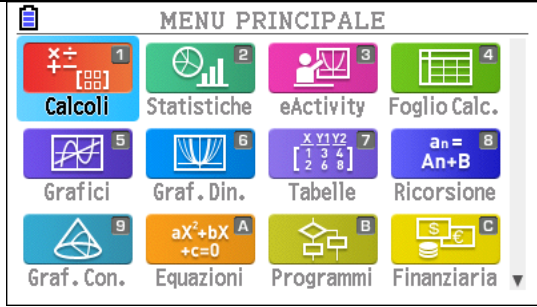
C.D Poisson
 Data : Variable
 Lower : 4
 Upper : 7
 λ : 4
 Save Res: List5
 Esegui
 [None] [LIST]

C.D Poisson
 Data : Variable
 Lower : 4
 Upper : 7
 λ : 4
 Save Res: List5
 Esegui
 [CALC]



Passaggio #9

Dal MENU' PRINCIPALE, entra in



Passaggio #10

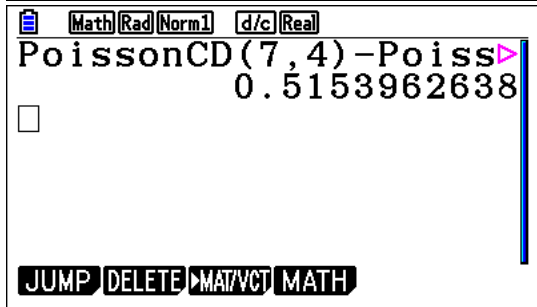
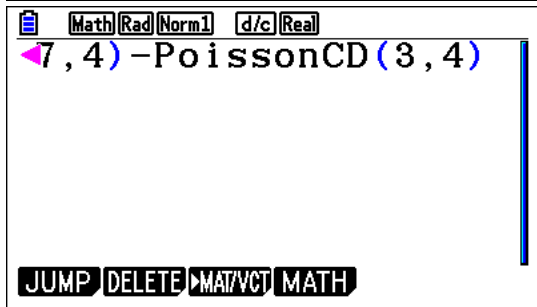
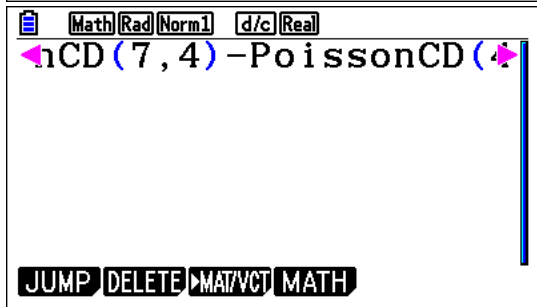
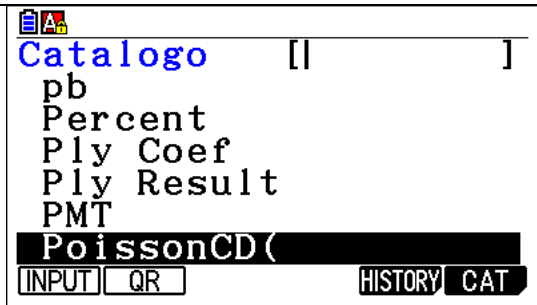
Entra nel Catalogo con **SHIFT** **4**

Seleziona la funzione di ripartizione di Poisson e premi **EXE**

Digita

7 **,** **4** **)** **=** **SHIFT** **4** **EXE** **3** **,** **4** **)**

e premi **EXE**



Passaggio #11

Scelto, ad esempio, $m=\lambda=4$, calcola, ora, la probabilità

$$P(X > 10) = 1 - \sum_{k=0}^{10} \frac{4^k}{k!} e^{-4}$$

Risulta $P(X > 10) = 0.0028398$

O alternativamente, senza utilizzare la funzione Pcd

The calculator interface shows three steps:

- Input: $1 - \text{PoissonCD}(10, 4)$
- Result: 0.00283976612
- Manual calculation: $1 - \sum_{x=0}^{10} \left(\frac{4^x}{x!} e^{-4} \right)$ resulting in 0.00283976612

3. Bibliografia/Sitografia

<p>Bibliografia</p>	<p><i>Esercizio (solo testo iniziale) tratto da Matematica per le scienze della vita, D. Benedetto, M. Degli Esposti, C. Maffei. Casa Editrice Ambrosiana</i></p>
----------------------------	---